

## CÁC KIẾN THỨC TOÁN CẦN THIẾT

### ĐỀ LÀM BÀI THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN VẬT LÝ (Phần 2)

Trong phần 1, KHOA BẢNG đã giới thiệu đến các bạn các nội dung sau:

- 1) Giải hệ hai pt bậc nhất hai ẩn, hệ ba pt bậc nhất ba ẩn.
- 2) Giải phương trình, hệ phương trình có ẩn ở mẫu số.
- 3) Giải phương trình bậc hai. Định lý Vi-ét.
- 4) Các công cụ thường sử dụng để tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất:
  - + Dùng điều kiện có nghiệm của phương trình bậc hai.
  - + Sử dụng bất đẳng thức Cô-si.
  - + Giá trị nhỏ nhất hoặc lớn nhất của tam thức bậc hai.

Dưới đây xin gửi đến các bạn các nội dung tiếp theo:

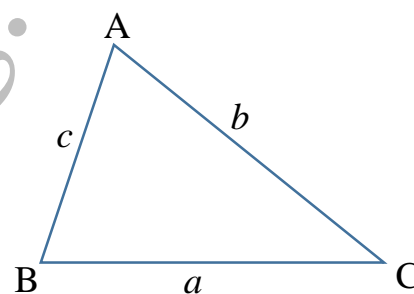
### 7) Định lý Pi-ta-go. Định lý hàm số sin, cosin

Thường gặp trong các bài tập thuộc phần Quang hoặc phần Cơ.

Trong tam giác ABC.

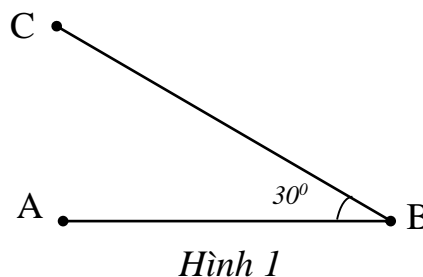
$$\text{Định lý hàm số sin: } \frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\begin{aligned} \text{Định lý hàm số cosin: } \quad a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos B \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C \end{aligned}$$



### Ví dụ 1: (Đề thi Chuyên Lý Ams 2013)

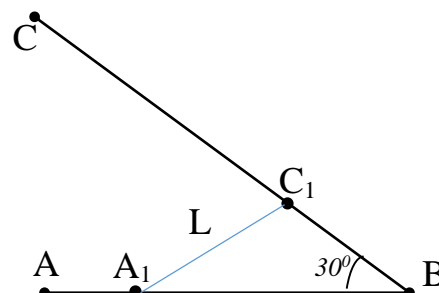
Trên mặt biển có hai con tàu: Trắng và Xanh nằm ở hai điểm A và B cách nhau 40 hải lý. Cùng lúc, tàu Trắng đi từ A về B với tốc độ là 20 hải lý/h thì tàu Xanh đi từ B về C với tốc độ là  $20\sqrt{3}$  hải lý/h (hình 1). Tìm khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu.



### Hướng dẫn

Giả sử ở thời điểm t thì tàu Trắng đi đến  $A_1$ , tàu Xanh đi đến  $C_1$ . Từ hình vẽ, ta có biểu thức khoảng cách giữa hai tàu (định lý hàm số Cosin)

$$L^2 = (40 - 20t)^2 + (20\sqrt{3}t)^2 - 2 \cdot (40 - 20t) \cdot 20\sqrt{3}t \cdot \cos 30^\circ$$



Đây là tam thức bậc 2 đối với  $t$  với hệ số  $a > 0$ . Giá trị nhỏ nhất của nó đạt được

khi  $t = \frac{-b}{2a}$ . Khi đó:  $L_{\min} = \sqrt{\frac{1200}{7}} = 13,1$  hải lý.

### Ví dụ 2: (Đề thi Chuyên Lý Tổng hợp 2004)

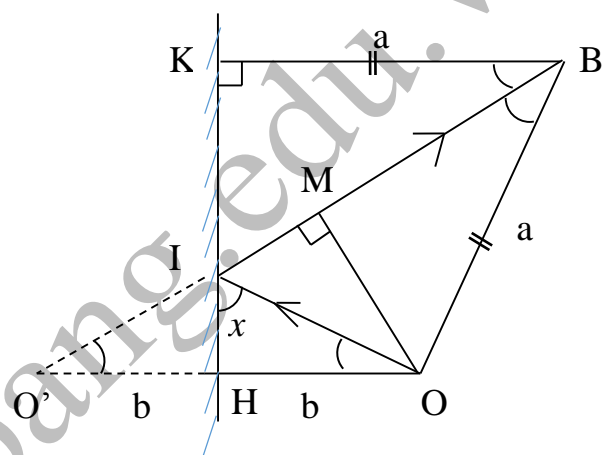
Trong một buổi luyện tập trước EURO 2004, hai danh thủ Owen và Beckham đứng cách nhau một khoảng 20m trước một bức tường thẳng đứng. Owen đứng cách tường 10m còn Beckham đứng cách tường 20m. Owen đá quả bóng lăn trên sân về phía bức tường. Sau khi phản xạ bóng sẽ chuyển động đến chỗ Beckham đang đứng. Coi sự phản xạ của quả bóng khi va chạm vào bức tường giống như hiện tượng phản xạ của tia sáng trên gương phẳng và cho rằng bóng lăn với vận tốc không đổi  $v = 6\text{m/s}$ .

1) Hỏi phương chuyển động của quả bóng hợp với bức tường một góc là bao nhiêu?

2) Ngay sau khi chuyển bật tường cho Beckham, nhận thấy Beckham bị kèm chặt, Owen liền chạy theo một đường thẳng với vận tốc không đổi để đón quả bóng nảy ra từ bức tường và đang lăn về chỗ Beckham.

a) Nếu Owen chọn con đường ngắn nhất để đón quả bóng trong khi chạy thì vận tốc của anh phải là bao nhiêu ?

b) Hỏi Owen có thể chạy với vận tốc nhỏ nhất là bao nhiêu và theo phương nào thì đón được bóng ?



### Hướng dẫn

1) Kí hiệu  $O$  là vị trí lúc truyền bóng của Owen và  $O'$  là ảnh của  $O$  qua gương (tường) thì  $OO' = 2b = a = 20\text{ m}$  (gt) nên  $\Delta OO'B$  cân.

Ta có:  $\Delta BKI = \Delta BOI$  (c.g.c). Vậy góc  $BOI$  vuông.

Tổng các góc trong  $\Delta OO'B$  là  $180^\circ$ . Do đó góc cần tìm  $\hat{x} = 60^\circ$ . Góc này xác định hướng đá của Owen.

2)

a) Kí hiệu  $v_0$  là vận tốc của Owen cần có khi chạy theo  $OM$  vuông góc với phương bật ra của quả bóng, đó là con đường ngắn nhất để đón quả bóng trong khi chạy.

Thời gian chạy là:

$$t = \frac{OM}{v_0} = \frac{O'M}{v} \Rightarrow v_0 = \frac{OM}{O'M} \cdot v = \operatorname{tg} 30^\circ \cdot v = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \text{ m/s.}$$

b) Giả sử Owen đón bóng tại P. Xét  $\triangle OO'P$ .

Ta có  $O'P = v \cdot t$ , còn  $OP = v_0 t$ . Áp dụng định lý hàm số sin:

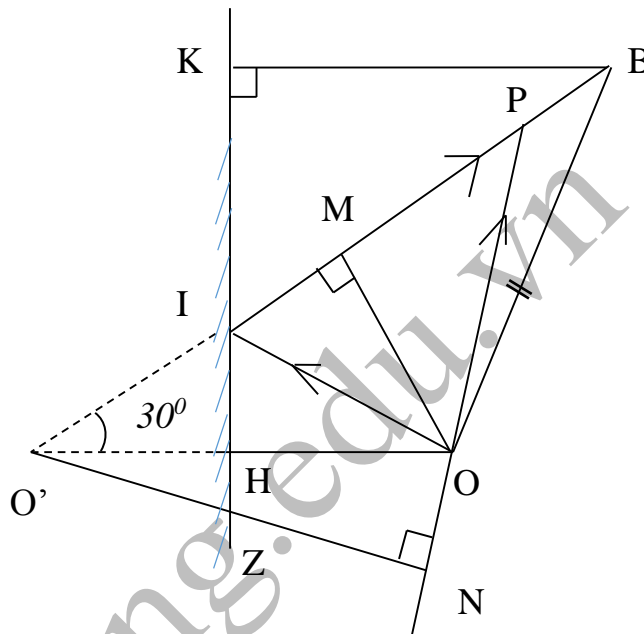
$$\frac{O'P}{\sin O'OP} = \frac{OP}{\sin OO'P}, \text{ hay:}$$

$$\frac{vt}{\sin O'OP} = \frac{v_0 t}{\sin OO'P}$$

$$\text{Suy ra: } v_0 = v \frac{\sin OO'P}{\sin O'OP}.$$

Vì  $v$  và góc  $OO'P$  (bằng  $30^\circ$ ) là xác định (không đổi) còn góc  $O'OP$  thay đổi được (hướng chạy tùy chọn) do đó  $v_0$  nhỏ nhất khi  $\sin O'OP$  lớn nhất (bằng 1). Vậy

$$v_0 = v \sin 30^\circ = 3 \text{ m/s.}$$



*Nếu không áp dụng định lý hàm số sin thì có thể giải như sau:*

Hạ  $O'N \perp OP$  kéo dài tại N. Đặt  $O'N = z$ .

$$\text{Xét diện tích của } \triangle OO'P: S = \frac{1}{2} O'P \cdot OM = \frac{1}{2} OP \cdot O'N.$$

Ta có  $O'P = v \cdot t$ , còn  $OP = v_0 t$ , vì vậy:

$$v \cdot t \cdot OM = v_0 \cdot t \cdot z$$

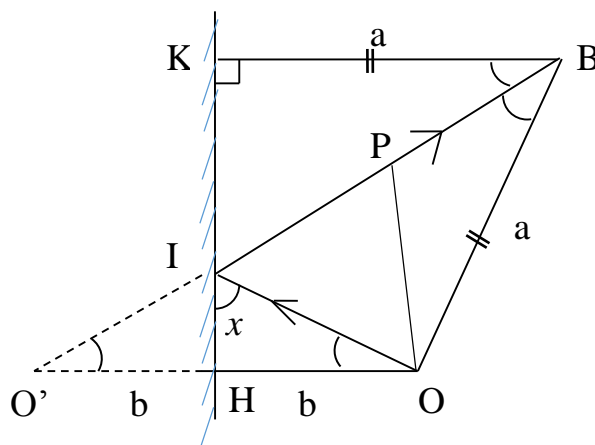
$$v \cdot OM = v_0 \cdot z = \text{const}$$

Do  $v \cdot OM = \text{const}$  (hướng phản xạ của bóng và vị trí của Owen là cố định).

$z$  lớn nhất thì  $v_0$  là cực tiểu, điều này xảy ra khi N trùng với O:

$$z_{\max} = O'O = 2b = a = 20\text{m}$$

$$v_{0\min} = \frac{v \cdot OM}{z_{\max}} = \frac{6 \cdot 20 \cdot 1}{20 \cdot 2} = 3 \text{ m/s}$$

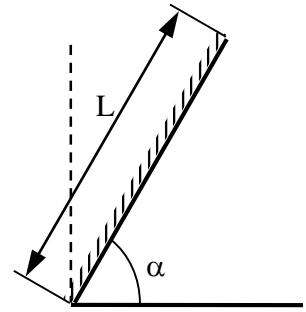


### 8) Các tính chất của tam giác, đường tròn.

Lưu ý các góc đặc biệt:  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ , là những trường hợp thường gặp. Thực tế khi phải tính các cạnh của tam giác thì gần như 100% sẽ rơi vào trường hợp tam giác là vuông với các góc đặc biệt vừa nêu.

**Ví dụ: (Đề thi Chuyên Lý Tổng hợp 2012)**

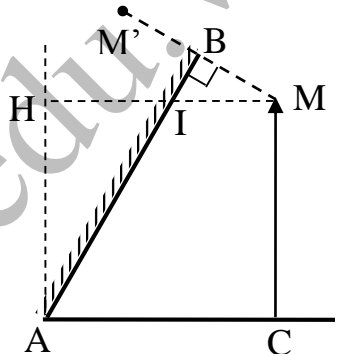
Một gương phẳng có chiều dài  $L = 2,5 \text{ m}$ , mép dưới đặt sát tường thẳng đứng và nghiêng một góc  $\alpha = 60^\circ$  so với mặt sàn nằm ngang (Hình vẽ). Một người tiến đến gần tường. Mắt của người có độ cao  $h = 1,73 \text{ m} \approx \sqrt{3} \text{ m}$  so với sàn. Khi cách tường bao nhiêu thì người đó bắt đầu nhìn thấy:



- Ảnh mắt của mình trong gương.
- Ảnh chân của mình trong gương.

**Hướng dẫn**

a) Khi người đó nhìn thấy ảnh  $M'$  của mắt  $M$  trong gương, người đó đang đứng tại vị trí như biểu diễn trên hình vẽ. Ảnh  $M'$  bắt đầu nằm trong thị trường của gương: nối  $M'$  với mép trên của gương thì đi qua  $M$ .



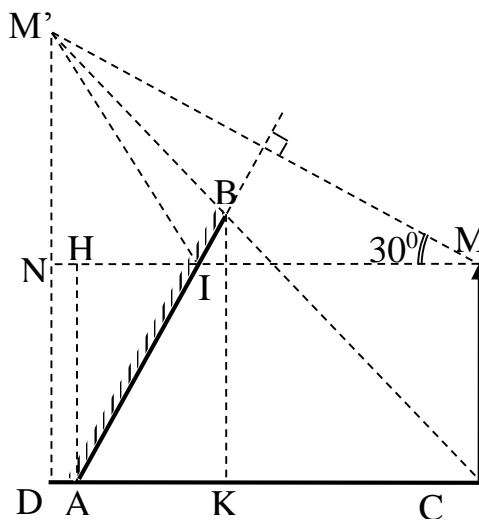
Ta có:  $HA = MC = \sqrt{3} \Rightarrow AI = 2\text{m}, HI = 1\text{m}$ .

Do  $AB = L = 2,5 \text{ m} \Rightarrow BI = 0,5 \text{ m} \Rightarrow MI = 1\text{m}$

Vậy: người đó đứng cách tường một đoạn:

$$HM = HI + IM = 2\text{m}.$$

b) Khi người đó nhìn thấy ảnh của chân  $C$  của mình trong gương, người đó đang đứng tại vị trí như biểu diễn trên hình vẽ: điểm  $C$  khi đó bắt đầu nằm trong thị trường của gương, tức là nối ảnh  $M'$  của mắt  $M$  với mép  $B$  của gương thì sẽ đi qua chân  $C$ .



Đặt  $MI = M'I = x$ .

$$\text{Góc } \angle MIB = \angle M'IB = \angle M'IN = 60^\circ \Rightarrow NI = \frac{M'I}{2} = \frac{x}{2}; M'N = \frac{\sqrt{3}x}{2}$$

$$\Rightarrow DC = MN = 1,5x; DM' = \frac{\sqrt{3}x}{2} + \sqrt{3}$$

$$AB = 2,5\text{m} \Rightarrow BK = 1,25\sqrt{3}\text{ m}; AK = 1,25\text{ m.}$$

$$CK = CA - AK = MH - AK = MI + IH - AK = x - 0,25.$$

$$\text{Ta có: } \frac{BK}{M'O} = \frac{CK}{CO} \Rightarrow \frac{1,25\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}x}{2} + \sqrt{3}} = \frac{x - 0,25}{1,5x}$$

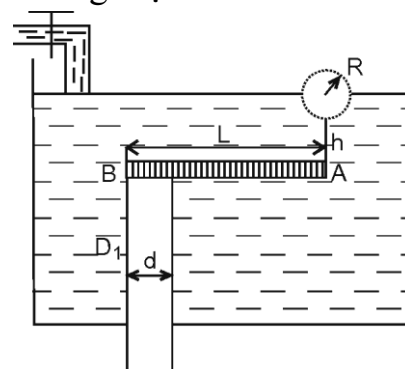
$$\text{Giải ra ta có: } x = \frac{2 + \sqrt{6}}{2} \approx 2,22\text{m} \text{ hay cách tường } MH = x + IH = 3,22\text{ m.}$$

### 9) Thể tích các khối: lập phương, khối hộp chữ nhật, trụ, cầu, nón...

Thường đề bài sẽ cho công thức tính thể tích các khối hình trụ, hình cầu, hình nón, nhưng có thể người ra đề “quên”.

#### Ví dụ: (Đề thi Chuyên Lý Tổng hợp 2001)

Để điều chỉnh mực nước trong một bể cá rộng, người ta dùng một cơ cấu như trên hình vẽ. Một ống hình trụ thẳng đứng, đường kính  $d$  xuyên qua đáy bể và được đậy kín bởi một tấm kim loại đồng chất hình tròn, đường kính  $L$  không chạm thành bể. Tại điểm B có bản lề nối thành ống hình trụ với mép tấm kim loại. Điểm mép A của đường kính AB được nối với một quả cầu rỗng, nhẹ, bán kính  $R$  bằng một sợi dây mảnh, không co giãn, độ dài  $h$ .



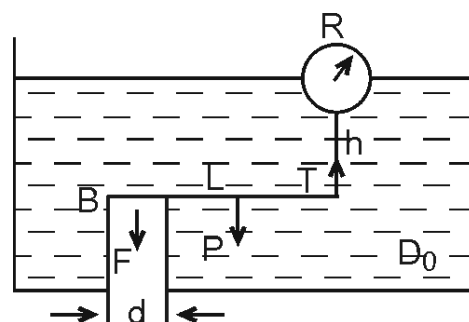
1. Hỏi khối lượng tấm kim loại bằng bao nhiêu để khi mực nước trong bể dâng tới ngang chính giữa quả cầu thì tấm kim loại bị nâng lên và nước chảy qua ống trụ ra ngoài ?

Cho biết khối lượng riêng của nước là  $D_0$ , xem tấm kim loại là khá mỏng để có thể bỏ qua lực đẩy Acsimet của nước tác dụng lên nó.

Công thức tính thể tích hình cầu bán kính  $R$  là :  $V$

$$= \frac{4\pi}{3} R^3.$$

2. Áp dụng số :  $d = 8\text{cm}$ ,  $L = 32\text{cm}$ ,  $R = 6\text{cm}$ ,  $h = 10\text{cm}$ ,  $D_0 = 1000\text{kg/m}^3$ .



**Hướng dẫn:** Các lực tác dụng lên tấm kim loại như hình vẽ, gồm:

- Lực căng dây T:  $T = F_A = \frac{2}{3} \pi R^3 \cdot D_0$  (quả cầu nhẹ)

- Lực tác dụng lên cột nước có độ cao  $(R + h)$  và diện tích đáy bằng tiết diện ống trụ  $\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$  lên tấm kim loại  $F = D_0(R + h)\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 g$

- Trọng lực  $P = mg$  ( $m$  - khối lượng tấm kim loại).

Khi tấm kim loại bắt đầu bị nâng lên (quay quanh B) ta có phương trình cân bằng mô-men lực (quy luật đòn bẩy) của các lực T, P và F đối với B:

$$F \cdot \frac{d}{2} + P \cdot \frac{L}{2} = T \cdot L$$

$$\text{Do: } (R + h)\pi \frac{d^2}{4} g \cdot \frac{d}{2} + m \cdot g \cdot \frac{L}{2} = \frac{2}{3} \pi R^3 \cdot D_0 \cdot gL \rightarrow m = \left( \frac{4}{3} R^3 - \frac{d^3}{4} \frac{R + h}{L} \right) \pi D_0$$

$$\text{Thay số: } m = \left( \frac{4}{6} 6^3 - \frac{8^3}{4} \frac{(6 + 10)}{32} \right) \pi \cdot L \cdot g = 703g \rightarrow m \approx 0,7kg$$

### 10) Cộng véc tơ.

Theo phân phối chương trình vật lý hiện nay, kiến thức này thuộc chương trình lớp 10, không thường gặp trong các đề thi tuyển sinh chuyên.

**Ví dụ:** (Đề thi vào Chuyên Sư phạm năm 2012)

Một người lái thuyền qua một con sông có độ rộng  $h$ , xuất phát từ điểm A ở bờ bên này để đến điểm B nằm đối diện ở bờ bên kia. Nếu người đó giữ

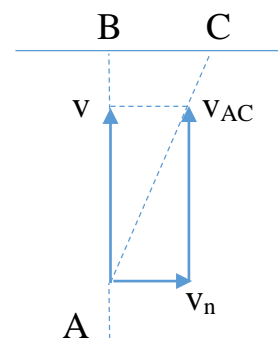
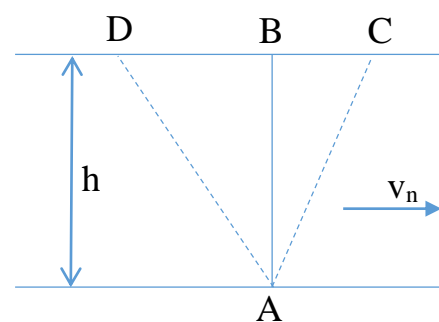
mũi thuyền luôn vuông góc với bờ sông thì thuyền cập bờ tại C sau đó đi theo

đường thẳng về B. Nếu người đó giữ hướng mũi thuyền luôn song song với AD thì

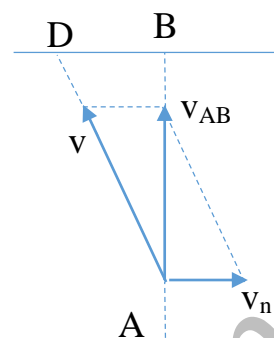
thuyền cập bờ đúng tại B (hình vẽ). Trong cả 2 cách vận tốc của thuyền so với nước đều là  $v$  và vận tốc của dòng nước so với bờ là  $v_n$ . Hỏi trong 2 cách trên, cách nào có lợi hơn về thời

gian? Nếu thời gian đi theo cách nọ gấp hai lần thời gian đi theo cách kia thì tỷ số giữa  $v$  và  $v_n$  bằng bao nhiêu?

**Hướng dẫn**



Nếu hướng mũi thuyền vuông góc với bờ sông thì vận tốc của thuyền đối với nước hướng vuông góc với vận tốc dòng nước và vận tốc của thuyền đối với bờ sông hướng dọc theo AC:  $\vec{v}_{AC} = \vec{v} + \vec{v}_n$ , sau đó thuyền ngược dòng từ C về B với vận tốc  $v - v_n$ .



Thời gian đi theo cách này là:

$$t_1 = \frac{h}{v} + \frac{CB}{v - v_n} = \frac{h}{v} + \frac{hv_n}{v(v - v_n)} = \frac{h}{v - v_n}$$

Nếu giữ hướng mũi thuyền luôn song song với AD thì thuyền cập bờ đúng tại B tức là vận tốc của thuyền đối với bờ sông hướng dọc theo AB:  $\vec{v}_{AB} = \vec{v} + \vec{v}_n$

(Lưu ý là mặc dù cùng ký hiệu là  $\vec{v}$ , nhưng hai véc tơ này trong hai trường hợp là khác nhau)

Thời gian đi theo cách này là:  $t_2 = \frac{h}{\sqrt{v^2 - v_n^2}}$

Viết lại  $t_1$  và  $t_2$  thành:

$$t_1 = \frac{h}{v - v_n} = \frac{h}{\sqrt{v - v_n} \sqrt{v - v_n}} \quad \text{và} \quad t_2 = \frac{h}{\sqrt{v^2 - v_n^2}} = \frac{h}{\sqrt{v - v_n} \sqrt{v + v_n}}$$

Rõ ràng:  $t_1 > t_2$ . Nghĩa là cách đi thứ hai lợi hơn về thời gian.

Theo giả thiết:  $\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{v + v_n}}{\sqrt{v - v_n}} = 2$ , suy ra:  $\frac{v}{v_n} = \frac{5}{3}$ .

**Trong Phần 3 chúng tôi sẽ gửi đến các bạn 2 nội dung tiếp theo:**

**11) Tìm giá trị của một đại lượng thông qua giá trị trung bình của một đại lượng khác.**

**Chẳng hạn:** Tìm công khi lực biến thiên theo quãng đường hoặc năng lượng khi công suất phụ thuộc vào thời gian, tìm áp lực lên thành bình...

**12) Đồ thị trong các bài toán vật lý**

Cách “đọc” đồ thị để lấy ra những dữ kiện cần thiết ...