ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN NĂM 2013

MÔN THI: TOÁN (vòng II)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I.

1) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 1 + y - x + xy \\ 7xy + y - x = 7. \end{cases}$$

2) Giải phương trình

$$x + 3 + \sqrt{1 - x^2} = 3\sqrt{x+1} + \sqrt{1-x}.$$

Câu II.

1) Tìm các cặp số nguyên $(x,\ y)$ thỏa mãn

$$5x^2 + 8y^2 = 20412.$$

2) Với x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y \le 1$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)\sqrt{1 + x^2y^2}.$$

Câu III. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) có trực tâm H. Gọi P là điểm nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC (P khác B, C và H) và nằm trong tam giác ABC. PB cắt (O) tại M khác B, PC cắt (O) tại N khác C. BM cắt AC tại E, CN cắt AB tại F. Đường tròn ngoại tiếp tam giác AME và đường tròn ngoại tiếp tam giác ANF cắt nhau tại Q khác A.

1) Chứng minh rằng ba điểm M, N, Q thẳng hàng.
2) Giả sử AP là phân giác góc MAN. Chứng minh rằng khi đó PQ đi qua trung điểm của BC.

Câu IV. Giả sử dãy số thực có thứ tự $x_1 \le x_2 \le \cdots \le x_{192}$ thỏa mãn các điều kiện

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_{192} = 0 \text{ và } |x_1| + |x_2| + \cdots + |x_{192}| = 2013.$$

Chứng minh rằng

$$x_{192} - x_1 \ge \frac{2013}{96}.$$