

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN NĂM 2010
MÔN: TOÁN (VÒNG 2)

Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu I

1) Giải phương trình

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4.$$

2) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 5x^2 + 2y^2 + 2xy = 26 \\ 3x + (2x + y)(x - y) = 11. \end{cases}$$

Câu II

1) Tìm tất cả các số nguyên dương n để $n^2 + 391$ là số chính phương.

2) Giả sử x, y, z là những số thực dương thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{\sqrt{xy+z} + \sqrt{2x^2+2y^2}}{1+\sqrt{xy}} \geq 1.$$

Câu III

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và M là điểm nằm trong tam giác. Kí hiệu H là hình chiếu của M trên cạnh BC và P, Q, E, F lần lượt là hình chiếu của H trên các đường thẳng MB, MC, AB, AC . Giả sử bốn điểm P, Q, E, F thẳng hàng.

1) Chứng minh rằng M là trực tâm của tam giác ABC .

2) Chứng minh rằng $BEFC$ là tứ giác nội tiếp.

Câu IV

Trong dãy gồm 2010 số thực khác 0 được sắp xếp theo thứ tự $a_1, a_2, \dots, a_{2010}$, ta đánh dấu tất cả các số dương và tất cả các số mà tổng của nó với một số số liên tiếp liền ngay sau nó là một số dương. (Ví dụ với dãy số $-8, -4, 4, -1, 2, -1, -2, -3, \dots, -2005$ thì các số được đánh dấu là $a_2 = -4, a_3 = 4, a_4 = -1, a_5 = 2$). Chứng minh rằng nếu trong dãy đã cho có ít nhất một số dương thì tổng của tất cả các số được đánh dấu là một số dương.