

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN NĂM 2007
MÔN: TOÁN (VÒNG 1)
Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu I (3,0 điểm)

1) Giải phương trình

$$\sqrt{4x^2 - 1} + \sqrt{x} = \sqrt{2x^2 - x} + \sqrt{2x+1}.$$

2) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} xy(x+y) = 2 \\ x^3 + y^3 + x + y = 4. \end{cases}$$

Câu II (3,0 điểm)

1) Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 4x + 1 = 0$.

Chứng minh rằng: $x_1^5 + x_2^5$ là một số nguyên.

2) Với a, b là các số nguyên đồng sao cho $a + 1$ và $b + 2007$ chia hết cho 6.

Chứng minh rằng: $4^a + a + b$ chia hết cho 6.

Câu III (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O và hai điểm A, B cố định thuộc đường tròn đó (AB không phải là đường kính). Gọi M là trung điểm của cung nhỏ \widehat{AB} . Trên đoạn AB lấy hai điểm C, D phân biệt và không nằm trên đường tròn. Các đường thẳng MC, MD cắt đường tròn đã cho tangent ứng tại E, F khác M.

1) Chứng minh rằng bốn điểm C, D, E, F nằm trên một đường tròn.

2) Gọi O_1, O_2 tangent ứng là tâm các đường tròn ngoại tiếp tam giác ACE và BDF. Chứng minh rằng khi C, D thay đổi trên đoạn AB các đường thẳng AO_1 và BO_2 luôn cắt nhau tại một điểm cố định.

Câu IV (1,0 điểm)

Với các số a, b, c là các số thực đồng thỏa mãn điều kiện $abc = 1$.

Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{(ab+a+1)^2} + \frac{b}{(bc+b+1)^2} + \frac{c}{(ca+c+1)^2} \geq \frac{1}{a+b+c}.$$