ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN NĂM 2006
MÔN: TOÁN (VÒNG 2)
Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu I *(2,0 điểm)*

Chứng minh rằng

$$\left(\sqrt[3]{1+\frac{\sqrt{84}}{9}}+\sqrt[3]{1-\frac{\sqrt{84}}{9}}\right) \text{ là một số nguyên.}$$

Câu II *(2,0 điểm)*

Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2-y^2=4x-2y-3 \\ x^2+y^2=5. \end{cases}$$

Câu III *(2,0 điểm)*

1) Tìm nghiệm nguyên của phương trình

$$8x^2y^2+x^2+y^2=10xy.$$

2) Ký hiệu [x] là phần nguyên của số x (số nguyên lớn nhất không vượt quá x). Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên *n* ta luôn có

$$\left[\sqrt[3]{72n+1}\right]=\left[\sqrt[3]{9n}+\sqrt[3]{9n+1}\right]=\left[\sqrt[3]{72n+7}\right].$$

Câu IV *(3,0 điểm)*

Cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O) và I là điểm nằm trong ΔABC. Các đường thẳng AI, BI, CI cắt đường tròn (O) lần lượt tại A’, B’, C’ (khác A, B, C). Dây cung B’C’ cắt các cạnh AB, AC tương ứng tại các điểm M, N. Dây cung C’A’ cắt các cạnh AB, BC tương ứng tại các điểm Q, P. Dây cung A’B’ cắt các cạnh BC, CA tương ứng tại các điểm F, E.

1. Giả sử AM = AN, BP = BQ, CE = CF xẩy ra đồng thời. Chứng minh rằng I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC.
2. Giả sử AM = AN = BP = BQ = CE = CF. Chứng minh rằng sáu điểm M, N, P, Q, E, F cùng nằm trên một đường tròn.

Câu V *(1,0 điểm)*

Chứng minh rằng đa giác lồi 2n cạnh (n ∈ **N**, n ≥ 2) luôn có ít nhất n đường chéo không song song với bất kỳ cạnh nào của đa giác đó.

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm