ĐÁP ÁN ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN NĂM 2007

MÔN: TOÁN (vòng 1)

Câu I (3 điểm)

1. (1,5 điểm) Phương trình đã cho tương đương với:

$$\sqrt{2x+1}\left(\sqrt{2x-1}-1\right)-\sqrt{x}\left(\sqrt{2x-1}-1\right)=0 \qquad \left(x\geq\frac{1}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow\quad \left(\sqrt{2x-1}-1\right)\left(\sqrt{2x+1}-\sqrt{x}\right)=0$$

a) $\sqrt{2x-1}-1=0 \quad\rightarrow\quad x=1$

b) $\sqrt{2x+1}-\sqrt{x}=0 \quad\rightarrow\quad x=-1$ (loại)

Vậy nghiệm của phương trình là: x = 1

2. (1,5 điểm) Phương trình thứ 2 của hệ có dạng

$$(x+y)^3-3xy(x+y)+x+y=4 \quad\Leftrightarrow\quad (x+y)^3+(x+y)-10=0$$

đặt:

$$x+y=t \quad\Rightarrow\quad t^3+t-10=0 \quad\Leftrightarrow\quad (t-2)(t^2+2t+5)=0$$

$$\Rightarrow t=2 \quad \text{với} \quad \begin{cases} x+y=2 \\ xy=1 \end{cases} \quad\Rightarrow\quad x=y=1$$

Câu II (3 điểm)

1) (1,5 điểm)

$$\begin{cases} x_1+x_2=4 \\ x_1x_2=1 \end{cases}$$

$$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=14$$

$$x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)=52$$

$$\Rightarrow\quad x_1^5+x_2^5=(x_1^3+x_2^3)(x_1^2+x_2^2)-(x_1x_2)^2(x_1+x_2)=724$$

2) (1,5 điểm)

$$4^a+a+b=(4^a+2)+(a+1)+(b+2007)-2010$$

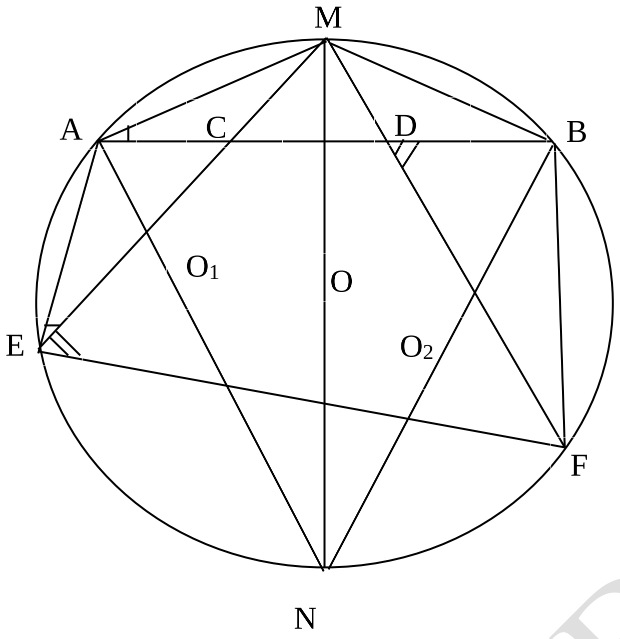
$$4^a+2=(4^a-1)+3=(4-1)(4^{a-1}+\ldots+4+1)+3\,\vdots\,3$$

mặt khác:

4^a+2 là số chẵn $\rightarrow 4^a+2\,\vdots\,6$

4^a+a+b là tổng của các số hạng đều chia hết cho 6. Vậy ta có điều phải chứng minh.

Câu III (3 điểm)



1) (1,5 điểm) Xét tứ giác CEFD có:

$\widehat{CEF}$ chắn cung $\overset{\frown}{MBF}$ (1)

$\widehat{BDF}$ có đỉnh D nằm trong đường tròn nên

$$\widehat{BDF} = \frac{1}{2} \text{sđ} (\overset{\frown}{AM} + \overset{\frown}{BF})$$

$$= \frac{1}{2} \text{sđ} (\overset{\frown}{MB} + \overset{\frown}{BF}) = \frac{1}{2} \text{sđ} (\overset{\frown}{MBF}) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) → $\widehat{CEF} = \widehat{BDF}$

→ $\widehat{CEF} + \widehat{CDF} = 180^o$ → tứ giác CEFD nội tiếp.

2) (1,5 điểm) vì $\widehat{MAB} = \widehat{AEM}$ (chắn hai cung bằng nhau) nên theo tiêu chuẩn nhận biết của góc giữa tia tiếp tuyến và dây cung ta có MA tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp ΔACE → MA ⊥ AO_1 → nếu kéo dài AO_1 cắt đường tròn (O) tại N thì MN là đường kính của đường tròn (O). Do M cố định nên N cố định.

Tương tự MB tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp ΔBDF nên BO_2 phải đi qua N. Từ đó ta có điều phải chứng minh.

Câu III (1 điểm)

Ta có: $$\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} =$$

$$= \frac{a}{ab+a+1} + \frac{ab}{abc+ab+a} + \frac{abc}{a^2bc+abc+ab}$$

$$= \frac{a}{ab+a+1} + \frac{ab}{ab+a+1} + \frac{1}{ab+a+1} = 1$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhia Cốp ski với a, b, c, x, y, z >0

Ta có:

$$(x+y+z)^2=\left(\sqrt{a}\frac{x}{\sqrt{a}}+\sqrt{b}\frac{y}{\sqrt{b}}+\sqrt{c}\frac{z}{\sqrt{c}}\right)^2\le$$

$$\le(a+b+c)\left(\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b}+\frac{z^2}{c}\right)$$

$$\Rightarrow\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b}+\frac{z^2}{c}\ge\frac{(x+y+z)^2}{a+b+c}$$

Ta có:

$$\frac{a}{(ab+a+1)^2}+\frac{b}{(bc+c+1)^2}+\frac{c}{(ca+c+1)^2}=$$

$$\frac{\left(\frac{a}{ab+a+1}\right)^2}{a}+\frac{\left(\frac{b}{bc+b+1}\right)^2}{b}+\frac{\left(\frac{c}{ca+c+1}\right)^2}{c}\ge$$

$$\ge\frac{\left(\frac{a}{ab+a+1}+\frac{b}{bc+b+1}+\frac{c}{ca+c+1}\right)^2}{a+b+c}=\frac{1}{a+b+c}$$