

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN NĂM 2005
MÔN: TOÁN (VÒNG 2)

Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu I (2 điểm)

Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + xy + x + y = 4 \\ (x + y)(1 + xy) = 4. \end{cases}$$

Câu II (2 điểm)

Với những giá trị của x thoả mãn điều kiện $x \geq -\frac{1}{2}$, hãy tìm giá trị

lớn nhất của biểu thức:

$$f(x) = \sqrt{2x^2 + 5x + 2} + \sqrt{2x + 3} - 2x.$$

Câu III

Tìm nghiệm nguyên của phương trình

$$x^2 + 17y^2 + 34xy + 51(x + y) = 1740.$$

Câu IV

Cho hai đường tròn (O) , (O') nằm ngoài nhau có tâm trùng là O và O' . Một tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn tiếp xúc với (O) tại A và (O') tại B . Một tiếp tuyến chung trong của hai đường tròn cắt AB tại I , tiếp xúc với (O) tại C và (O') tại D . Biết rằng C nằm giữa I và D .

1) Hai đường thẳng OC , $O'B$ cắt nhau tại M . Chứng minh rằng $OM > O'M$.

2) Ký hiệu (S) là đường tròn đi qua A, C, B và (S') là đường tròn đi qua A, D, B . Đường thẳng CD cắt (S) tại E khác C và cắt (S') tại F khác D . Chứng minh rằng AF vuông góc với BE .

Câu V

Giả sử x, y, z là các số dương thay đổi và thoả mãn điều kiện $xy^2z^2 + x^2z + y = 3z^2$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{z^4}{1 + z^4(x^4 + y^4)}.$$
