

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN NĂM 2005
MÔN: TOÁN (VÒNG 2)

Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu I

Giải phương trình

$$\sqrt{2-x} + \sqrt{2+x} + \sqrt{4-x^2} = 2.$$

Câu II

Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + y^3 - xy^2 = 1 \\ 4x^4 + y^4 = 4x + y \end{cases}$$

Câu III

Giả sử x, y là những số không âm thay đổi thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 = 1$

- 1) Chứng minh rằng $1 \leq x + y \leq \sqrt{2}$
- 2) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{1+2x} + \sqrt{1+2y}$

Câu IV

Cho hình vuông ABCD và điểm P nằm trong tam giác ABC.

- 1) Giả sử góc $\widehat{BPC} = 135^\circ$. Chứng minh rằng $2PB^2 + PC^2 = PA^2$.
- 2) Các đường thẳng AP và CP cắt các cạnh BC và BA tương ứng tại các điểm M và N. Gọi Q là điểm đối xứng với B qua trung điểm của đoạn MN. Chứng minh rằng khi P thay đổi trong ΔABC , đường thẳng PQ luôn đi qua D.

Câu V

- 1) Cho đa giác đều (H) có 14 đỉnh. Chứng minh rằng trong 6 đỉnh bất kỳ của (H) luôn có 4 đỉnh là các đỉnh của một hình thang.
- 2) Có bao nhiêu phân số tối giản $\frac{m}{n}$ lớn hơn 1 (m, n là các số nguyên dương) thỏa mãn $m.n = 13860$.