

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN NĂM 2006**  
**MÔN: TOÁN (VÒNG 1)**

**Câu I** (2,0 điểm)

$$\begin{cases} (x+1)(x+y) = 4 \\ (x+1)(1+xy) = 4 \end{cases}$$

$\rightarrow x \neq -1, (x+y) = 1+xy \Leftrightarrow (x-1)(y-1) = 0$

$$\begin{cases} x = 1 \\ (x+1)(x+y) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 1+y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, y = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ (x+1)(x+y) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ (x+1)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x+1 = 2 \\ x+1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ y = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Đáp số:  $(x = 1, y = 1), (x = -3, y = 1)$

**Câu II** (2,0 điểm)

$$f(x) = \sqrt{(2x+1)(x+2)} + \sqrt{(x+3)4} - 2x$$

Theo bất đẳng thức cosi:

$$\sqrt{(2x+1)(x+2)} \leq \frac{3x+3}{2} \quad \text{và đạt} = \Leftrightarrow 2x+1 = x+2 \Leftrightarrow x = 1$$

$$\sqrt{(x+3)4} \leq \frac{x+7}{2} \quad \text{và đạt} = \Leftrightarrow x+3 = 4 \Leftrightarrow x = 1$$

$$\text{Vậy } f(x) \leq \frac{3x+3}{2} + \frac{x+7}{2} - 2x = 5 \quad \text{và đạt} = \Leftrightarrow x = 1$$

Đáp số:  $y_{\max} = 5$

**Câu III** (2,0 điểm)

Gọi số cần tìm là  $a \in \mathbb{N}$ , ta có:

$$1000 \leq a \leq 9999$$

$$a = 100m + 6, \quad a = 51n + 17 \quad (m, n \in \mathbb{N})$$

$$\rightarrow 100m + 6 = 51n + 17 \Leftrightarrow 102m - 51n = 11 + 2m \rightarrow (2m + 11) : 51$$

$$1000 \leq 100m + 6 \leq 9999$$

$$9,94... \leq m \leq 99,93 \rightarrow 30,88 \leq 2m + 11 \leq 210,86$$

$$2m + 11 = \begin{cases} 51 \rightarrow a = 2006 \\ 102 \rightarrow m = \frac{91}{2} \quad (\text{loại}) \\ 153 \rightarrow a = 7106 \\ 204 \rightarrow m = \frac{193}{2} \quad (\text{loại}) \end{cases}$$

Đáp số:  $a = 2006$  và  $a = 7106$ .

Chú ý: Thí sinh cũng có thể viết

$$100m + 6 = 51n + 17 \Leftrightarrow n + 11 = 100m - 50n$$

và suy ra:  $(n + 11) : 50$

Sau đó cách giải tương tự như đã trình bày ở trên.

**Câu IV** (3,0 điểm)

1) (1,5 điểm) Ta có  $\widehat{A'MN} = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ$

$$\widehat{PNM} = 180^\circ - (45^\circ + 30^\circ) = 105^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{A'MN} + \widehat{PNM} = 75^\circ + 105^\circ = 180^\circ \Rightarrow MA' \parallel PN$$

$$\Rightarrow \widehat{PEQ} = \widehat{MA'E} \text{ (so le)}$$

$$\text{Vì } \triangle MAQ = \triangle MA'Q \Rightarrow \widehat{MA'Q} = \widehat{MAQ} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{PEQ} = \widehat{MA'E} = \widehat{MA'Q} = 90^\circ.$$

T-ong tự  $\widehat{QFP} = 90^\circ$ .

Vậy các điểm E, F, D cùng nhìn đoạn PQ d-ới một góc  $90^\circ$ ,

suy ra các điểm E, F, Q, D, P cùng nằm trên đ-ờng tròn đ-ờng kính PQ.

**Chú ý:** Thí sinh có thể giải cách khác nh- sau:

$$\widehat{AQM} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{A'QM} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{DQE} = 60^\circ. \quad \triangle NPC = \triangle MQA.$$

$$\text{nên } \widehat{NPC} = \widehat{MQA} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{DPE} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{PEQ} = 360^\circ - 90^\circ - 60^\circ - 120^\circ = 90^\circ.$$

T-ong tự có  $\widehat{PFQ} = 90^\circ \Rightarrow$  Các điểm E, F, Q, D, P thuộc đ-ờng tròn đ-ờng kính PQ.

Hoặc từ  $\widehat{DPE} = 120^\circ$  và  $\widehat{DQE} = 60^\circ \Rightarrow$  Tứ giác PDQE nội tiếp, t-ong tự có tứ giác PDQF nội tiếp  $\Rightarrow$  Các điểm E, F, Q, D, P cùng thuộc một đ-ờng tròn.

2) (1,5 điểm) Đặt  $AM = x \Rightarrow MB = a - x, AQ = \frac{x}{\sqrt{3}}, QD = a - \frac{x}{\sqrt{3}},$

$$DP = a - \frac{x}{\sqrt{3}}, PC = \frac{x}{\sqrt{3}}, BN = a - x, NC = x, MN = \sqrt{2}(a - x)$$

$$AC = a\sqrt{2}, AC = 3MN \Rightarrow a\sqrt{2} = 3\sqrt{2}(a - x) \Rightarrow x = \frac{2a}{3}$$

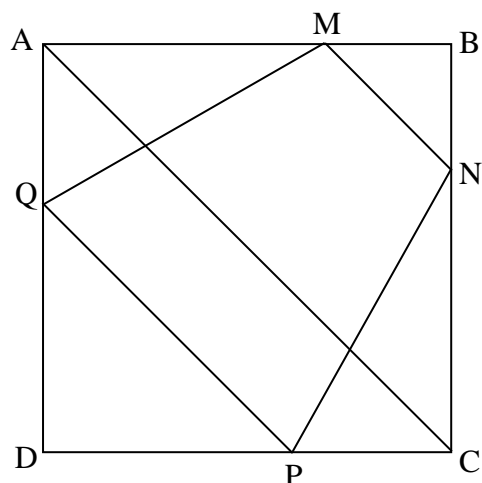
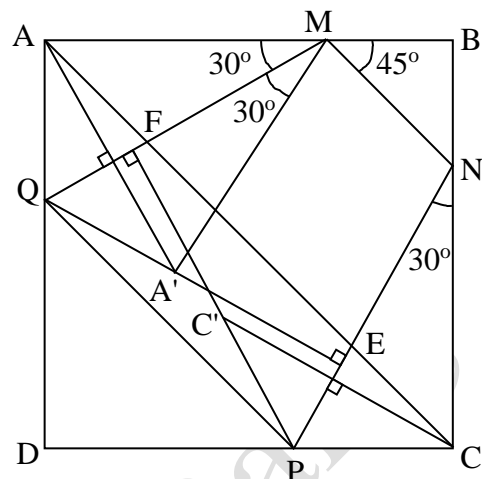
$$\text{Suy ra } MB = BN = \frac{a}{3}; AM = NC = \frac{2a}{3};$$

$$AQ = PC = \frac{2a}{3\sqrt{3}}$$

$$QD = DP = \frac{a(3\sqrt{3} - 2)}{3\sqrt{3}}.$$

$$\text{dt } \triangle AMQ = \text{dt } \triangle CNP = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a}{3} \cdot \frac{2a}{3\sqrt{3}} = \frac{2a^2}{9\sqrt{3}}.$$

$$\text{dt } \triangle BMN = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^2}{18}.$$



$$\text{dt } \Delta_{DQP} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2(3\sqrt{3}-2)^2}{(3\sqrt{3})^2} = \frac{a^2(31-12\sqrt{3})}{54}.$$

$$\text{dt hình thang MNPQ} = a^2 - 2 \cdot \frac{2a^2}{9\sqrt{3}} - \frac{a^2}{18} - \frac{a^2(31-12\sqrt{3})}{54} = a^2 \left( \frac{10+2\sqrt{3}}{27} \right)$$

**Chú ý:** Thí sinh có thể tính diện tích hình thang bằng cách tính MN, PQ và đ-ờng cao của hình thang sau đó áp dụng công thức tính diện tích hình thang.

**Câu V** (1,0 điểm)

$$\text{Nếu } \Delta = a^2 - 8 \leq 0$$

$$f(x) = \left(x^2 + \frac{a}{2}\right)^2 + 2 - \frac{a^2}{4} = \left(x^2 + \frac{a}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{2 - \frac{a^2}{4}}\right)^2$$

Áp dụng:

$$A^2 + B^2 = \left(\frac{A+B}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{A-B}{\sqrt{2}}\right)^2 \quad (1)$$

Ta được:

$$f(x) = \left(\frac{x^2 + \frac{a}{2} + \sqrt{2 - \frac{a^2}{4}}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{x^2 + \frac{a}{2} - \sqrt{2 - \frac{a^2}{4}}}{\sqrt{2}}\right)^2 \quad (\text{Đpcm})$$

$$\text{nếu: } \Delta = a^2 - 8 > 0$$

$$f(x) = (x^2 + \sqrt{2})^2 + (x\sqrt{a-2\sqrt{2}})^2$$

Áp dụng (1) ta có:

$$f(x) = \left(\frac{x^2 + x\sqrt{a-2\sqrt{2}} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{x^2 - x\sqrt{a-2\sqrt{2}} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)^2$$

(Đpcm).