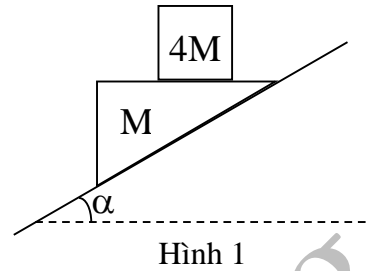


**BÀI TẬP THAM KHẢO**

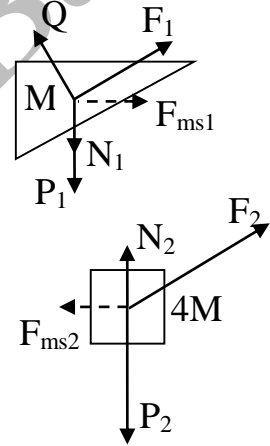
1) Một khối lập phương khối lượng  $4M$  đặt trên mặt nằm ngang của một nêm khối lượng  $M$  rồi đặt nêm trên một mặt phẳng nghiêng nhẵn (hình 1). Gọi  $\alpha$  là góc giữa mặt phẳng nghiêng với phương ngang,  $\mu$  là hệ số ma sát trượt giữa nêm và khối lập phương.



- 1) Cho  $\mu = 0$ . Hỏi với  $\alpha$  bằng bao nhiêu thì nêm sẽ chuyển động với gia tốc lớn nhất? Hãy tính gia tốc đó.
- 2) Cho  $\alpha = 30^\circ$ . Hỏi  $\mu$  phải thỏa mãn điều kiện nào thì khối lập phương không trượt đối với nêm ?
- 3) Giả sử  $\mu$  không thỏa mãn điều kiện tìm được trong phần 2. Hãy tìm gia tốc của nêm khi khối lập phương vẫn còn nằm trên mặt nêm. Áp dụng bằng số với:  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\mu = 1/(2\sqrt{3})$ ;  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**Lời giải**

1) Xét trong HQC phi quán tính chuyển động với gia tốc bằng gia tốc của nêm. Khi đó nêm đứng yên và khối lập phương trượt theo phương ngang. Trong HQC này thì nêm chịu tác dụng của 4 lực cân bằng: trọng lực  $P_1$ , áp lực  $N_1$  của khối lập phương, phản lực  $Q$  của mặt phẳng nghiêng và lực quán tính  $F_1$ . Khối lập phương chịu tác dụng của 3 lực: trọng lực  $P_2$ , phản lực  $N_2$  của nêm, và lực quán tính  $F_2$ . Kí hiệu  $a$  là gia tốc của nêm đối với đất (hướng song song với mặt phẳng nghiêng và có chiều từ trên xuống) và  $a_{21}$  là gia tốc của khối lập phương đối với nêm (hướng theo phương ngang sang phải). Ta có:



$$\vec{P}_1 + \vec{Q} + \vec{N}_1 + \vec{F}_1 = 0 \quad (1)$$

$$\vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{F}_2 = 4M\vec{a}_{21} \quad (2)$$

Chiếu phương trình (1) lên phương song song với mặt phẳng nghiêng:

$$P_1 \sin \alpha + N_1 \sin \alpha = F_1 = Ma$$

Chiếu phương trình (2) lên phương thẳng đứng:

$$P_2 = N_2 + F_2 \sin \alpha = N_2 + 4Ma \sin \alpha$$

Loại  $N_1 = N_2 = N$  từ hai phương trình trên ta có được:

$$a = \frac{5g \sin \alpha}{1 + 4 \sin^2 \alpha} = \frac{5g}{\frac{1}{\sin \alpha} + 4 \sin \alpha}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cosi cho mẫu số ta thu được kết quả là gia tốc  $a$  của nêm đạt giá trị lớn nhất  $a_{\max} = 1,25g$  khi góc  $\sin \alpha = 0,5$ , tức là  $\alpha = 30^\circ$ .

2) Nếu có ma sát giữa nêm và khối lập phương làm cho không xảy ra sự trượt giữa chúng thì nêm sẽ trượt xuống với gia tốc  $a = g \cdot \sin \alpha$ . Gia tốc  $a_{21} = 0$ . Phương trình định luật II Niu ton cho khối lập phương bây giờ là:

$$\vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{F}_2 + \vec{F}_{ms} = 4M\vec{a}_{21} = 0$$

Chiếu lên phương thẳng đứng và phương ngang ta có:

$$4Mg - N + F_2 \sin \alpha = 0$$

$$\text{và } F_{ms} = F_2 \cos \alpha.$$

Thay  $F_2 = 4Ma = 4Mg \sin \alpha$ , ta được:  $F_{ms} = 4Mg \sin \alpha \cos \alpha$ , còn  $N = 4Mg \sin^2 \alpha$ . Điều kiện

không xảy ra sự trượt  $F_{ms} \leq \mu N$  cho ta:  $\mu \geq \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

3) Với  $\mu = 1/(2\sqrt{3})$ , thì xảy ra sự trượt tương đối:  $a_{21} \neq 0$ . Các lực ma sát tác dụng lên nêm và vật được vẽ bằng các mũi tên đứt nét trên hình. Phương trình định luật II Newton cho nêm và khối lập phương:

$$\vec{P}_1 + \vec{Q} + \vec{N}_1 + \vec{F}_1 + \vec{F}_{ms1} = 0 \quad (3)$$

$$\vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{F}_2 + \vec{F}_{ms2} = 4M\vec{a}_{21} \quad (4)$$

Chiếu phương trình (1) lên phương song song với mặt phẳng nghiêng:

$$P_1 \sin \alpha + N_1 \sin \alpha = F_1 + F_{ms1} \cos \alpha$$

Chiếu phương trình (2) lên phương thẳng đứng:

$$P_2 = N_2 + F_2 \sin \alpha = N_2 + 4Masin \alpha$$

Chú ý là  $N_1 = N_2 = N$  và  $F_{ms1} = F_{ms2} = \mu N$ . Thay  $F_1 = Ma$  và  $F_2 = 4Ma$  ta có hệ phương trình sau:

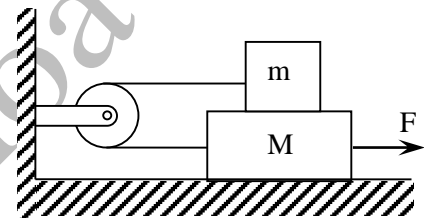
$$(Mg + N) \sin \alpha = Ma + \mu N \cos \alpha$$

$$4Mg = N + 4Masin \alpha$$

Loại N từ hai phương trình trên ta có được:

$$a = \frac{5 \sin \alpha - 4\mu \cos \alpha}{1 + 4 \sin \alpha (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} g = g.$$

2. Trên mặt bàn nằm ngang có một vật khối lượng  $M = 2$  kg, trên đó đặt một vật khác khối lượng  $m = 1$  kg. Hai vật được nối với nhau bởi một sợi dây vắt qua ròng rọc gắn cố định trên tường (hình 2). Tìm lực  $F$  kéo vật dưới để cho nó bắt đầu chuyển động ra xa tường với gia tốc không đổi  $a = g/2$ ? Hệ số ma sát giữa các vật là  $\mu = 0,5$ . Bỏ qua ma sát giữa vật ở dưới với mặt bàn.



Hình 2

**Lời giải**

Các lực tác dụng lên từng vật theo phương ngang như hình vẽ. Áp dụng định luật II Newton cho từng vật:

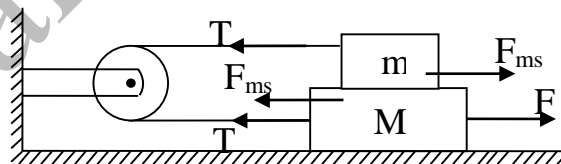
$$F - T - F_{ms} = Ma$$

$$T - F_{ms} = ma$$

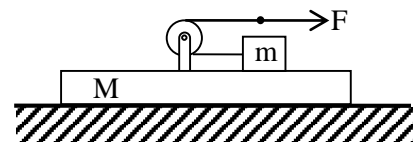
$$F_{ms} = \mu N = \mu mg$$

Suy ra:

$$F = 2\mu mg + (M + m)a = 25N$$



3) Cho cơ hệ như hình 4. Tấm ván khối lượng  $M = 2$  kg có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng ngang. Một ròng rọc lý tưởng gắn trên tấm ván. Vật  $m = 1$  kg đặt trên tấm ván nối với sợi dây vắt qua ròng rọc. Hệ số ma sát trượt giữa vật và tấm ván là  $\mu = 0,3$ . Kéo sợi dây với lực  $F$  hướng theo phương ngang. Hỏi lực  $F$  phải thỏa mãn điều kiện nào thì không xảy ra sự trượt giữa vật và tấm ván? Tìm gia tốc của tấm ván khi  $F = 1,5$  N và  $F = 10$  N.



Hình 3

**Lời giải:**

Khi vật  $m$  không trượt so với  $M$  thì hệ chuyển động với gia tốc:  $a = \frac{F}{m + M}$ .

Theo phương ngang vật m chịu tác dụng của 2 lực: lực căng dây  $T = F$  và lực ma sát nghỉ  $F_{ms}$ . Như vậy ta có:  $F_{ms} - T = ma$ .

$$F_{ms} - F = m \frac{F}{m + M}$$

Suy ra:  $F_{ms} = F + m \frac{F}{m + M} = \frac{F(2m + M)}{m + M}$

Điều kiện không trượt:  $F_{ms} \leq \mu N = \mu mg$ , cho ta điều kiện về lực

F:  $F_{ms} = \frac{F(2m + M)}{m + M} \leq \mu mg$ , hay:  $F \leq \frac{\mu mg(m + M)}{2m + M} = F_{gh} = 2,25N$ .

Với  $F = 1,5 N < F_{gh}$  thì gia tốc của vật và tấm ván bằng nhau:  $a = \frac{F}{m + M} = 0,5 m/s^2$ . Với  $F = 10$

$N > F_{gh}$  thì ma sát giữa m và M là ma sát trượt  $F_{ms} = \mu mg$ . Gia tốc của m:  $a_m = \frac{T - F_{ms}}{m} = \frac{F - \mu mg}{m} =$

$7 m/s^2$  (hướng ngược chiều của F).

Còn tấm ván và ròng rọc ở trên nó chịu tác dụng của các lực theo phương ngang gồm 2 lực căng dây (cùng bằng F) và lực ma sát trượt  $F_{ms} = \mu mg$  nên gia tốc của tấm ván là:  $a_M = \frac{2F - \mu mg}{M} =$

$8,5 m/s^2$  (hướng cùng chiều của F).

4) Một vật được ném từ độ cao  $h = 40 m$  với vận tốc ban đầu  $v_0 = 20 m/s$  lên phía trên theo phương hợp với phương ngang một góc là  $\alpha$ . Tìm  $\alpha$  để tầm ném xa cực đại.

### Lời giải

Chọn hệ tọa độ với gốc tọa độ ở điểm ném, trục Ox hướng theo phương ngang, trục Oy hướng theo phương thẳng đứng từ dưới lên trên (hình vẽ). Các phương trình chuyển động:

$$x = v_0 \cos \alpha t \text{ và } y = h + v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2$$

Suy ra phương trình quỹ đạo:  $y = h + x \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$

Ta có thể viết lại phương trình quỹ đạo dưới dạng sau:

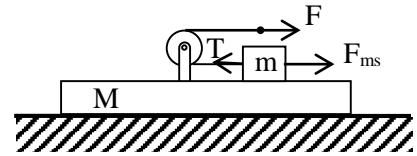
$$y = h + x \tan \alpha - \frac{g x^2}{2v_0^2} (1 + \tan^2 \alpha) \quad (*)$$

Khi vật rơi chạm đất thì  $x = L$  (tầm ném xa) và  $y = 0$ . Thay vào (\*) ta có phương trình bậc hai đối với  $z = \tan \alpha$ :

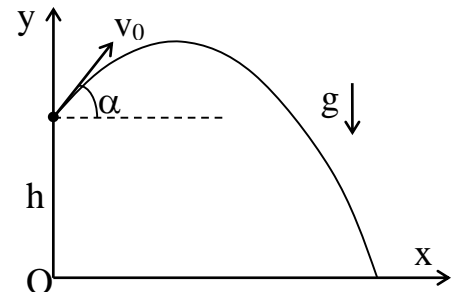
$$0 = h + zL - \frac{gL^2}{2v_0^2} (1 + z^2) = -\frac{gL^2}{2v_0^2} z^2 + Lz + \left( h - \frac{gL^2}{2v_0^2} \right)$$

Điều kiện có nghiệm của phương trình này:

$$\Delta = L^2 + \frac{2gL^2}{v_0^2} \left( h - \frac{gL^2}{2v_0^2} \right) \geq 0, \text{ suy ra } L \leq \frac{v_0}{g} \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$



Hình 3



**Trung tâm Khoa Bảg**

**Tel: 04 66865087 – 0983614376. Web: [www.khoabang.edu.vn](http://www.khoabang.edu.vn)**

Như vậy tầm xa cực đại là  $L_{max} = \frac{v_0}{g} \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 40\sqrt{3}m$ , đạt được khi góc ném là:

$$\tan \alpha = z = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \text{ tức } \alpha = 30^\circ.$$

Trung tâm Khoa Bảg